

# Versicherungsmathematik in der Lebensrückversicherung

Jan-Philipp Schmidt und Ronald Schwärzler



 DGVMF

75 Jahre DGVMF

## **Rückversicherung für Risikomanagement der Versicherer von Bedeutung**

- Erhöhung der Zeichnungskapazität für Versicherer durch Risikotransfer
- Extreme Schadenhäufung sowie Großschadenereignisse für Versicherer durch Rückversicherung weniger problematisch
- Viele weitere Funktionen der Rückversicherung für das Versicherungsgeschäft (z.B. Risiko- und Leistungsprüfung sowie Datenpools)

## **Versicherungsmathematik für Rückversicherung von Bedeutung**

- Modellierung von Schadenereignissen
- Kalkulation von Prämien für Rückversicherungsverträge
- u.v.m.
- vgl. Mack 2002

## **Fokus unseres Vortrags**

- Bestimmung der Risikoentlastung für Erstversicherer
- Auswirkungen auf Risikokennzahlen für Erstversicherer
- Einfluss der Abhängigkeitsstruktur auf die Risikoposition

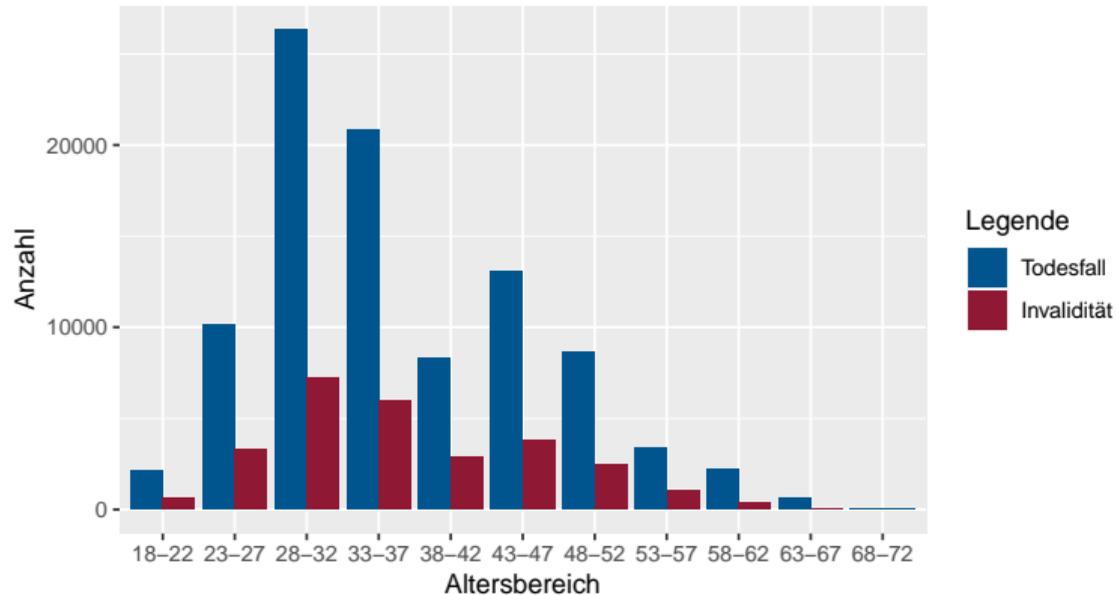
## **Erstversicherer mit großem Restschuld-Portfolio**

- Personen mit Kredit
- Versicherungssumme deckt Restschuld ab (und fällt daher im Zeitverlauf)
- Leistung der Versicherungssumme entweder bei Tod oder Invalidität
- Informationen liegen vor zu: Alter der Personen, Geschlecht, Laufzeit und Versicherungssumme

# Ausgangslage

## Erstversicherer mit großem Restschuld-Portfolio

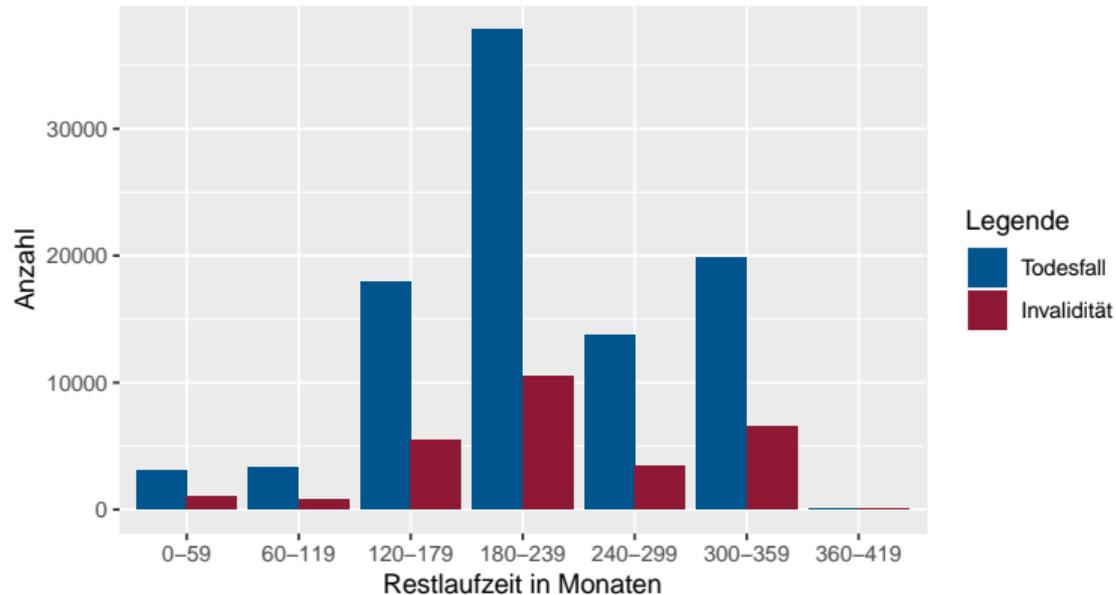
Verschiedene Altersklassen:



## Ausgangslage

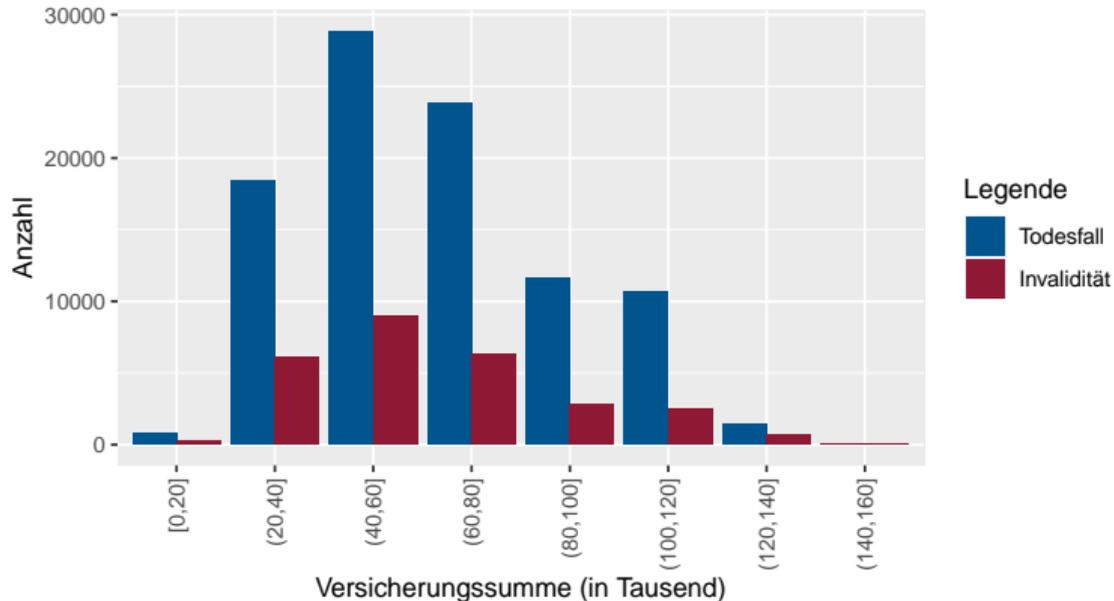
## Erstversicherer mit großem Restschuld-Portfolio

Verschiedene Laufzeiten:



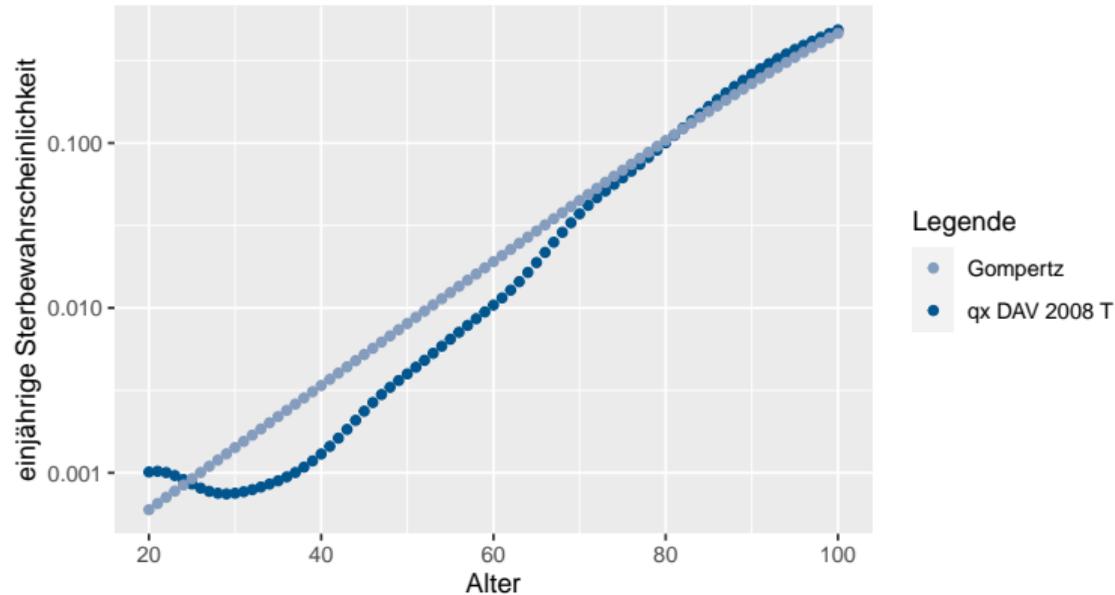
## Erstversicherer mit großem Restschuld-Portfolio

Der Großteil der Versicherungssummen liegt unter 120.000 Euro.



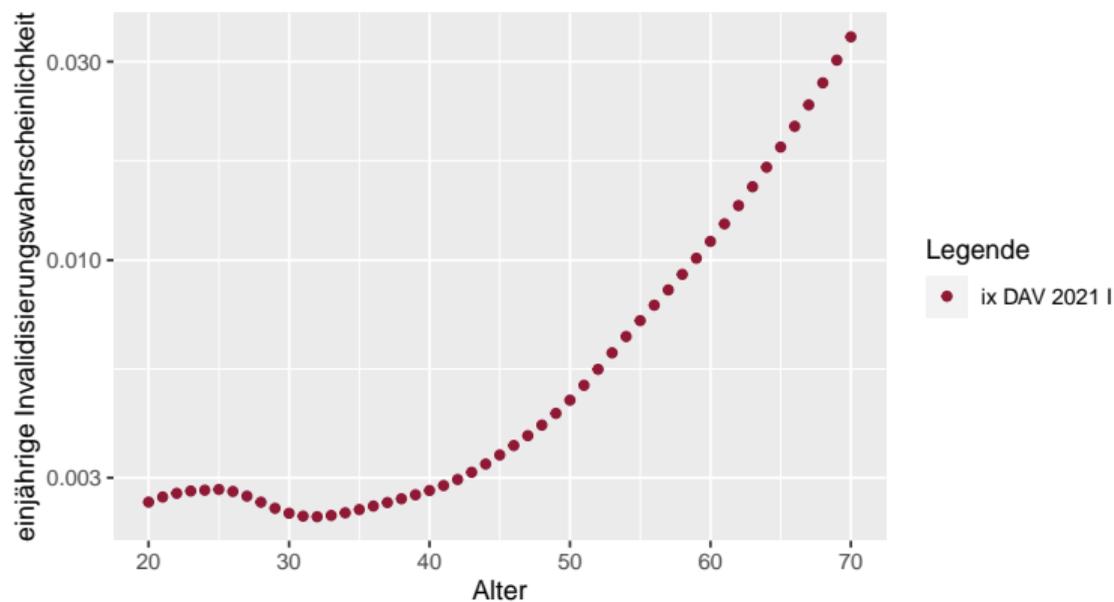
## Sterblichkeit

Daten dt. Aktuarvereinigung, DAV 2008 T (DAV 2022a)



## Invalidität

Daten dt. Aktuarvereinigung, DAV 2021 I (DAV 2022b)



## Summenexzedenten-Rückversicherung

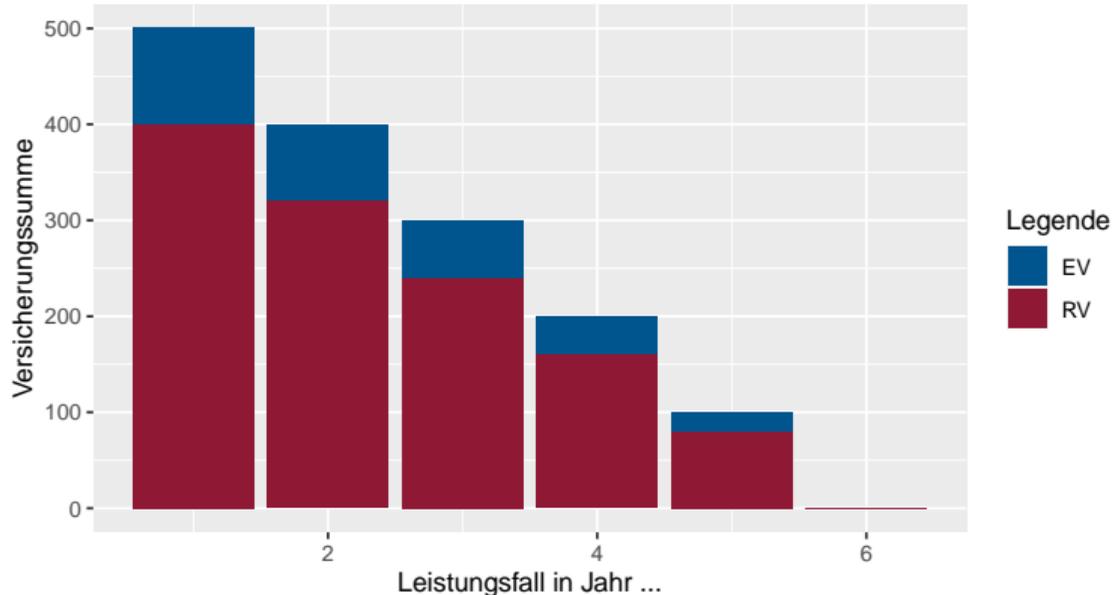
- Proportionale Teilung der Risiken zwischen Erst- und Rückversicherer zur Homogenisierung der Versicherungssummen
- Selbstbehalt des Erstversicherer im Schadenfall bestimmt sich aus dem Verhältnis eines festen Betrags  $v_0$  (sogenanntes Maximum) und der jeweiligen Versicherungssumme  $v_i$  des Risikos  $i$
- Beispiel: Maximum 100 und Versicherungssumme 500 führt zu einer Aufteilung von 20% und 80% zwischen Erst- und Rückversicherer
- Umfang der Leistung des Rückversicherers pro Vertrag wird als Haftstrecke cap (capacity) bezeichnet

Mit  $c_i = \min(v_0/v_i, 1)$  ergibt sich für Risiko  $R_i$  folgende Aufteilung:

$$c_i \cdot R_i \quad \text{und} \quad \min((1 - c_i) \cdot R_i, \text{ cap})$$

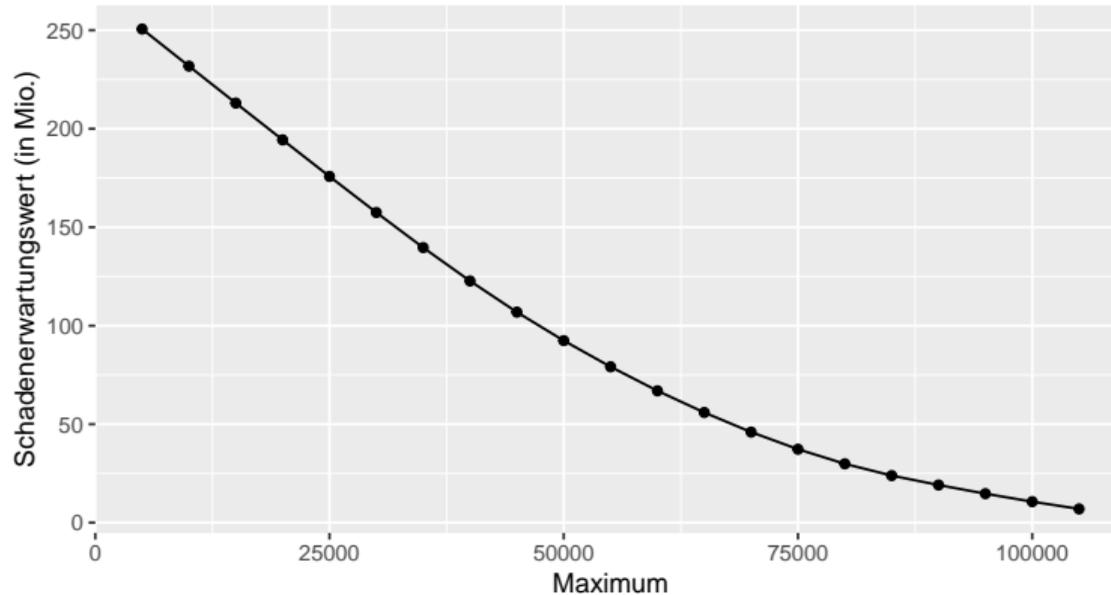
## Summenexzedenten-Rückversicherung – Beispiel

**Maximum 100 und Versicherungssumme 500**  
**Aufteilung 20% zu 80% zwischen EV und RV**



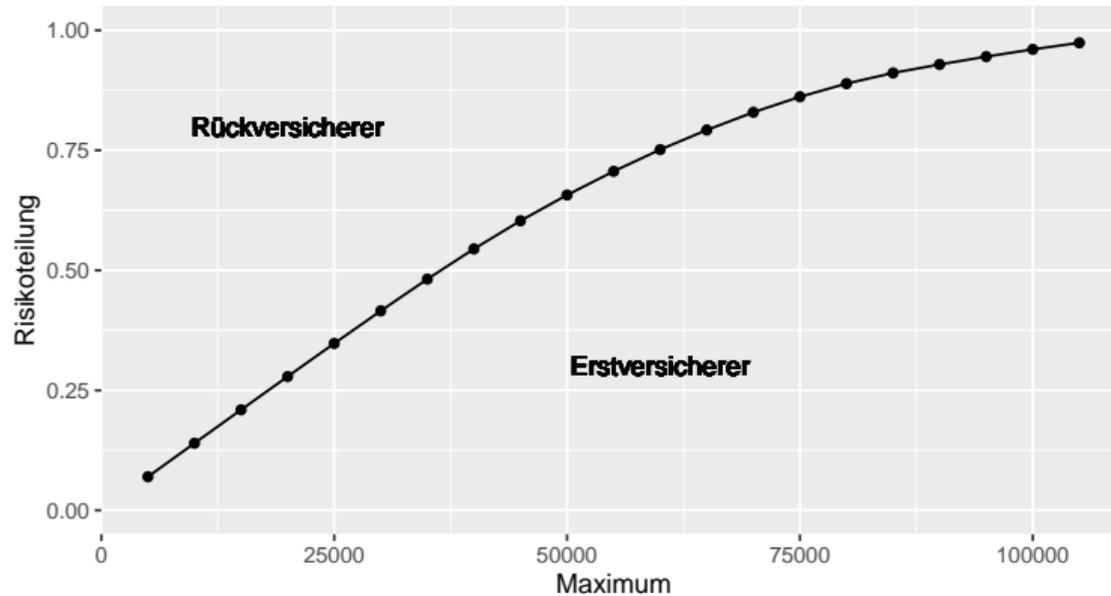
# Schadenerwartungswert aus Rückversicherer-Sicht

**Je kleiner das Maximum, desto mehr übernimmt RV**



# Risikoentlastung aus Erstversicherer-Sicht

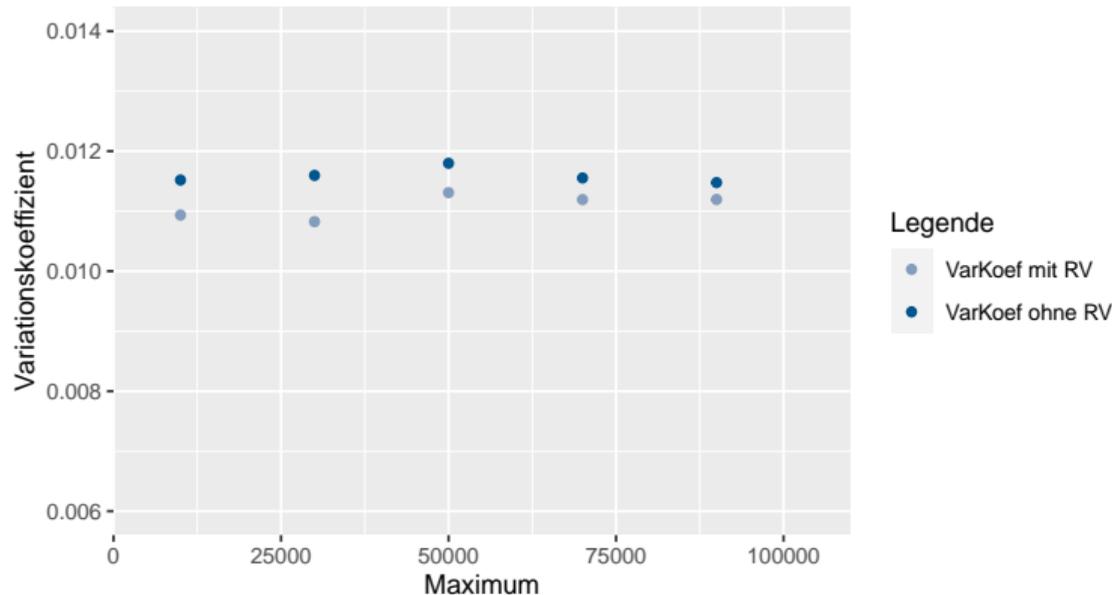
## Risikoentlastung durch Summenexzedenten



# Variationskoeffizient aus Erstversicherer-Sicht

## Variationskoeffizient sinkt durch Summenexzedenten . . .

Ergebnisse Monte Carlo Simulation mit 1000 Szenarien



## Risikomanagement aus Erstversicherer-Sicht

... und auch der Tail-VaR lässt sich deutlich reduzieren!

Ergebnisse Monte Carlo Simulation mit 1000 Szenarien

Niveau: 90 %

Maximum	Tail VaR ohne RV	Tail VaR mit RV	Reduktion
10 000	311 Mio.	43 Mio.	86 %
30 000	311 Mio.	129 Mio.	58 %
50 000	311 Mio.	204 Mio.	34 %
70 000	311 Mio.	258 Mio.	17 %
90 000	311 Mio.	289 Mio.	7 %

## Modellierung der Tail-Abhängigkeiten

- Unabhängigkeit der Risiken u.U. nicht gegeben
- Modellierung der Abhängigkeit über Copulas möglich
- im vorliegenden Fall: Modellierung der gemeinsamen Restlebensdauer mit Clayton-Copula
- Vorteil: unterer Tail-Abhängigkeitskoeffizient über Parameter  $\theta$  kontrollieren
- *Hinweis*: Analysen hier für Teil-Portfolio (Todesfall für junge männliche Personen)

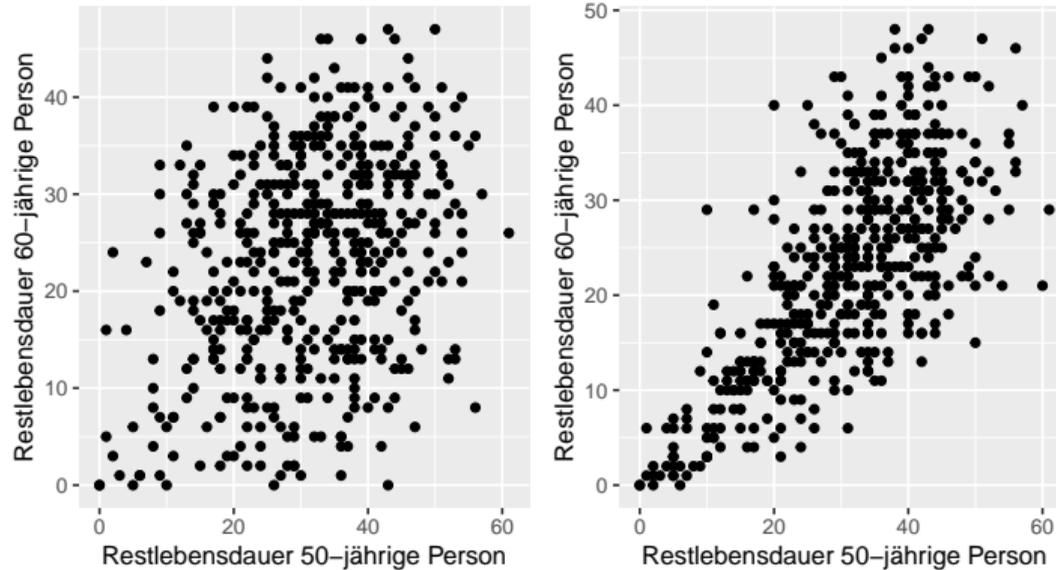
Für einen Parameter  $\theta > 0$ :

$$C(u, v) = (u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}}$$

vgl. Mai and Scherer 2012

# Visualisierung Clayton-Copula

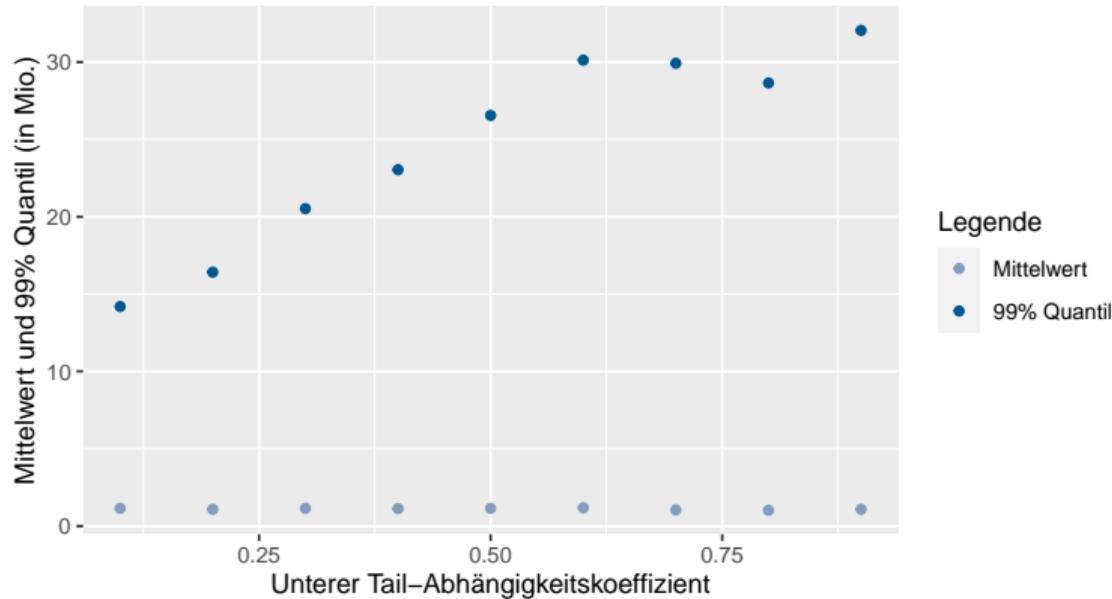
Simulation 500 Szenarien für  $\theta = 0,5$  (links) und  $\theta = 2$  (rechts)



Nutzung der `rMvdc`-Funktion aus dem R-Paket `copula`

# Einfluss in Extremsituationen

## Höhere Abhängigkeit im Tail erhöht das 99% Quantil ...



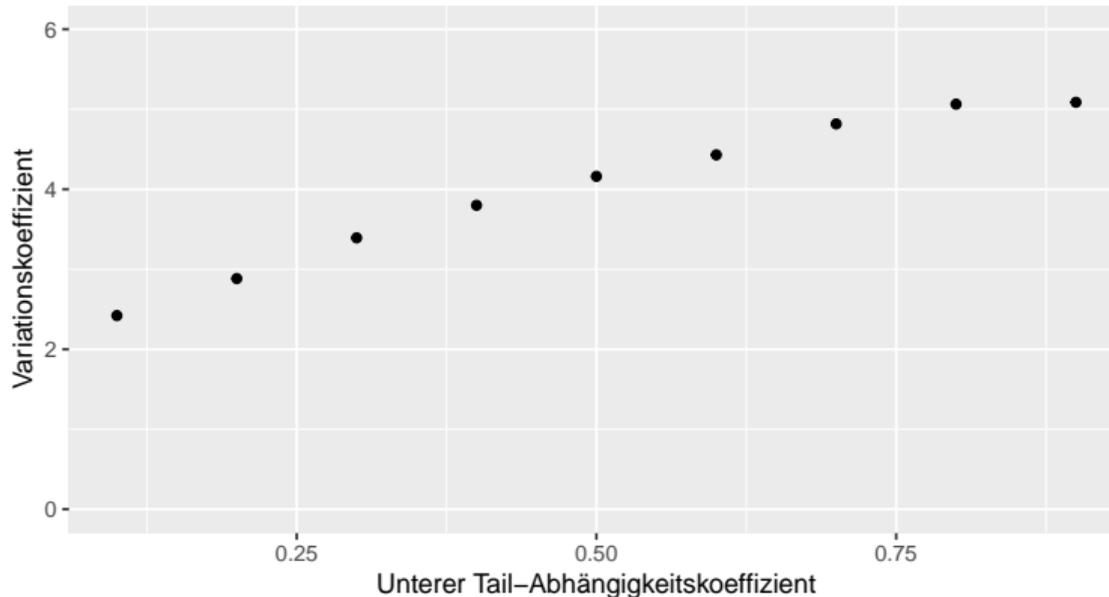
## Einfluss auf Tail Value at Risk

... und den 99% Tail Value at Risk.

untererTAKoeff	Tail_VaR_ohne_RV	Tail_VaR_mit_RV
0.1	89 Mio.	20 Mio.
0.5	178 Mio.	39 Mio.
0.9	203 Mio.	44 Mio.

# Einfluss auf den Variationskoeffizienten

**Höhere Abhängigkeit im unteren Tail beeinflusst auch den Variationskoeffizienten**



## Zusammenfassung

### **Was sind die Ergebnisse unserer Analysen?**

- Rückversicherung bringt Risikoentlastung für Erstversicherer
- Reduktion des Variationskoeffizienten und des Tail-VaRs für Erstversicherer
- Umfang der Reduktion abhängig von Vertragsausgestaltung (z.B. Wahl maximaler Selbstbehalt)
- Quantifizierung der Effekte durch Kalkulation und (Monte-Carlo-)Simulation

### **Welche Bedeutung hat die Versicherungsmathematik?**

- Versicherungsmathematik kommt in vielfältiger Weise zur Anwendung
- Versicherungsmathematik ermöglicht eine präzise Modellierung der Sachverhalte
- Monte-Carlo-Simulation kann Kennzahlen liefern

## Kontaktdaten

### **Jan-Philipp Schmidt**

- [jan-philipp.schmidt@th-koeln.de](mailto:jan-philipp.schmidt@th-koeln.de)

### **Ronald Schwärzler**

- [ronald.schwaerzler@genre.com](mailto:ronald.schwaerzler@genre.com)

- DAV. 2022a. “Herleitung der Sterbetafel DAV 2008 T für Lebensversicherungen mit Todesfallcharakter.”
- . 2022b. “Fachgrundsatz, DAV 2021 I: Biometrische Rechnungsgrundlagen für Berufsunfähigkeitsversicherungen.”
- Mack, Thomas. 2002. *Schadenversicherungsmathematik*. 2. Auflage, Verlag Versicherungswirtschaft.
- Mai, Jan-Frederik, and Matthias Scherer. 2012. *Simulating Copulas: Stochastic Models, Sampling Algorithms, and Applications*. Imperial College Press.



JAHRE

 DGVFM