

# Pricing von Cyber-Versicherungsverträgen in einem Netzwerkmodell

**Kerstin Weske**

Leibniz Universität Hannover

[www.stochastik.uni-hannover.de](http://www.stochastik.uni-hannover.de)

(mit Matthias Fahrenwaldt & Stefan Weber)

DAV/DGVFM-Jahrestagung 2019 — 24. April 2019

# Motivation

- Fortschreitende **Digitalisierung** und **Vernetzung** der Wirtschaft bei zunehmender Komplexität der IT-Systeme führt zu erhöhter Anfälligkeit für Cyber-Kriminalität
- Geschätzte **jährliche Schäden** durch Cyberrisiken  $\approx$  400 Milliarden USD<sup>1</sup>
- **Cyberrisiko-Dimensionen:**
  - ▶ **Ursachen**  
menschliches Fehlverhalten; technische Störungen; Insider/Hacker-Attacken
  - ▶ **Schäden**  
Datenverlust oder -diebstahl; Betriebsausfälle; Reputationsschäden; Attacken auf kritische Infrastruktur; körperliche Schäden und Todesfälle
  - ▶ **Risikobeurteilung**  
Szenarioanalyse, statistische Auswertung von Daten, stochastische Cyber-Modelle
  - ▶ **Schutzmaßnahmen**  
Systemupdates, Entwicklung von Notfallplänen, Versicherungslösungen

---

<sup>1</sup>Center for Strategic & International Studies (2014)/ Lloyd's of London CEO Inga Beale (2015)

# Motivation

- Fortschreitende **Digitalisierung** und **Vernetzung** der Wirtschaft bei zunehmender Komplexität der IT-Systeme führt zu erhöhter Anfälligkeit für Cyber-Kriminalität
- Geschätzte **jährliche Schäden** durch Cyberrisiken  $\approx$  400 Milliarden USD<sup>1</sup>
- **Cyberrisiko-Dimensionen:**
  - ▶ **Ursachen**  
menschliches Fehlverhalten; technische Störungen; Insider/Hacker-Attacken
  - ▶ **Schäden**  
Datenverlust oder -diebstahl; Betriebsausfälle; Reputationsschäden; Attacken auf kritische Infrastruktur; körperliche Schäden und Todesfälle
  - ▶ **Risikobeurteilung**  
Szenarioanalyse, statistische Auswertung von Daten, stochastische Cyber-Modelle
  - ▶ **Schutzmaßnahmen**  
Systemupdates, Entwicklung von Notfallplänen, Versicherungslösungen

---

<sup>1</sup>Center for Strategic & International Studies (2014)/ Lloyd's of London CEO Inga Beale (2015)

## Motivation (2)

### ● **Aktuarielle Herausforderungen:**

#### ▶ **Datenverfügbarkeit**

Daten sind bisher weder in geeigneter Menge noch Detailliertheit vorhanden

#### ▶ **Technologischer Fortschritt**

Cyberisiken unterliegen einem stetigen Wandel

#### ▶ **Kumulschäden**

keine stochastische Unabhängigkeit der Risiken; keine geografische Einteilung in Gruppen, wie bspw. bei NatCat-Risiken, möglich

#### ▶ **Unterschiedlichkeit der Risiken**

verschiedenartige Ursachen und resultierende Schäden

### → **Konsequenzen für Cyber-Versicherungen:**

#### ▶ **Komplexität, Risikominderung und -überwachung**

Kopplung von Cyber-Policen mit Cyber-Assistanceleistungen

#### ▶ **Limits**

Konservative Haftungsbegrenzung

## Motivation (2)

### ● **Aktuarielle Herausforderungen:**

#### ▶ **Datenverfügbarkeit**

Daten sind bisher weder in geeigneter Menge noch Detailliertheit vorhanden

#### ▶ **Technologischer Fortschritt**

Cyberisiken unterliegen einem stetigen Wandel

#### ▶ **Kumulschäden**

keine stochastische Unabhängigkeit der Risiken; keine geografische Einteilung in Gruppen, wie bspw. bei NatCat-Risiken, möglich

#### ▶ **Unterschiedlichkeit der Risiken**

verschiedenartige Ursachen und resultierende Schäden

### → **Konsequenzen für Cyber-Versicherungen:**

#### ▶ **Komplexität, Risikominderung und -überwachung**

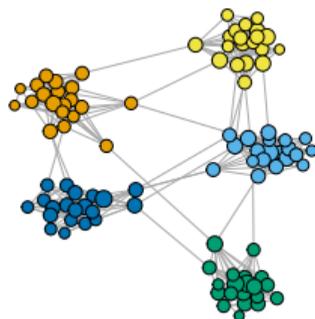
Kopplung von Cyber-Policen mit Cyber-Assistanceleistungen

#### ▶ **Limits**

Konservative Haftungsbegrenzung

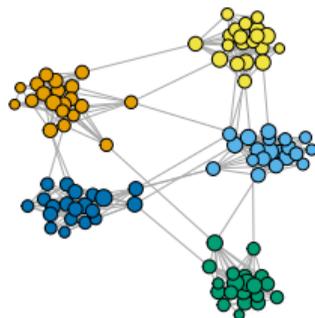
## Motivation (3)

- Unser Fokus: Risiken, die sich **innerhalb eines Netzwerks ausbreiten**, z.B. Computerviren, Würmer, Trojaner
- Beispiel: Schadprogramm *WannaCry*
  - ▶ Cyberattacke auf Windows-betriebene Systeme im Mai 2017
  - ▶ WannaCry war ein sich selbst verbreitender Wurm, der sich eine Schwachstelle im Windows-System (Eternal Blue Exploit) zunutze machte
  - ▶ WannaCry verschlüsselte Daten und verlangte Zahlungen von 300-600 USD in Bitcoins
  - ▶ Mehr als 200.000 Computer in über 150 Ländern wurden angegriffen
  - ▶ Notfall-Patches und die Entdeckung eines Kill Switch konnten die Attacke nach einigen Tagen stoppen
  - ▶ Schätzungen der entstandenen Schäden liegen zwischen mehrere hundert Millionen bis Milliarden USD



## Motivation (3)

- Unser Fokus: Risiken, die sich **innerhalb eines Netzwerks ausbreiten**, z.B. Computerviren, Würmer, Trojaner
- **Beispiel:** Schadprogramm *WannaCry*
  - ▶ Cyberattacke auf Windows-betriebene Systeme im Mai 2017
  - ▶ WannaCry war ein **sich selbst verbreitender Wurm**, der sich eine Schwachstelle im Windows-System (Eternal Blue Exploit) zunutze machte
  - ▶ WannaCry verschlüsselte Daten und verlangte Zahlungen von 300-600 USD in Bitcoins
  - ▶ Mehr als **200.000 Computer in über 150 Ländern** wurden angegriffen
  - ▶ Notfall-Patches und die Entdeckung eines Kill Switch konnten die Attacke nach einigen Tagen stoppen
  - ▶ Schätzungen der entstandenen Schäden liegen zwischen **mehrere hundert Millionen bis Milliarden USD**



## Motivation (4)

- **Unser Modell:**

(Fahrenwaldt/Weber/Weske (2018))

Mathematisches Modell für sich ausbreitende Cyberrisiken und deren Versicherung

- ▶ **Stochastisches Modell** basierend auf IPS und markierten Punktprozessen
- ▶ Wir entwickeln **Mean-Field-Approximationen höherer Ordnung**
- ▶ **Versicherungsanwendung:** Explizite Prämienberechnung möglich
- ▶ **Systemisches Risiko:** Analyse des Einflusses der Netzwerktopologie

## Grundidee des Modells

- **Ausbreitungsprozess der Cyberinfektion:**

- ▶ Agenten sind verbunden durch ein **Netzwerk**
- ▶ Cyberinfektionen können innerhalb des Netzwerks von Nachbar zu Nachbar übertragen werden
- ▶ Heilung erfolgt unabhängig von anderen Agenten
- **Markov-Prozess in stetiger Zeit; genauer: SIS-/Kontaktprozess**

- **Schadensprozess:**

- ▶ Cyberattacken treten zu zufälligen Zeitpunkten auf
- ▶ Hierdurch erleiden **infizierte Netzwerkknoten** Schäden zufälliger Höhe
- **Markierter Punktprozess**

- Ein (Rück-)Versicherungsunternehmen (VU) leistet eine vertraglich vereinbarte Zahlung:

- **Funktion der tatsächlich eingetretenen Schäden**

# Agenda

- 1 **Ausbreitungsprozess**
- 2 **Schadensprozess**
- 3 **Mean-Field-Approximation**
- 4 **Fallstudien**
- 5 **Zusammenfassung**

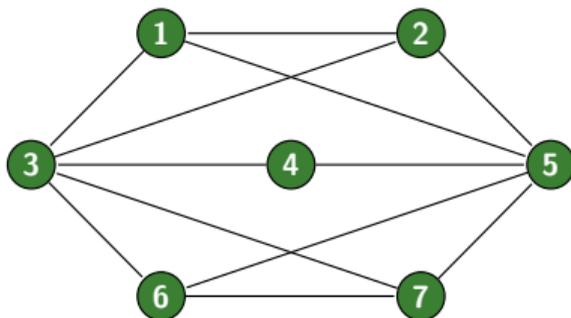
# Agenda

- 1 **Ausbreitungsprozess**
- 2 Schadensprozess
- 3 Mean-Field-Approximation
- 4 Fallstudien
- 5 Zusammenfassung

## Netzwerk

- $N$  verbundene Agenten, durchnummeriert von  $1, 2, \dots, N$   
(z.B. Firmen, Computersysteme oder einzelne Endgeräte)
- **Verbindungen:** Netzwerk ohne Schleifen, dargestellt durch die (symmetrische) Adjazenzmatrix  $A \in \{0, 1\}^{N \times N}$  ( $a_{ii} = 0$ )
  - ▶  $a_{ij} = 1$ : Verbindung zwischen  $i$  und  $j$  existiert,
  - ▶  $a_{ij} = 0$ :  $i$  und  $j$  sind nicht direkt verbunden
- **Beispiel:**

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



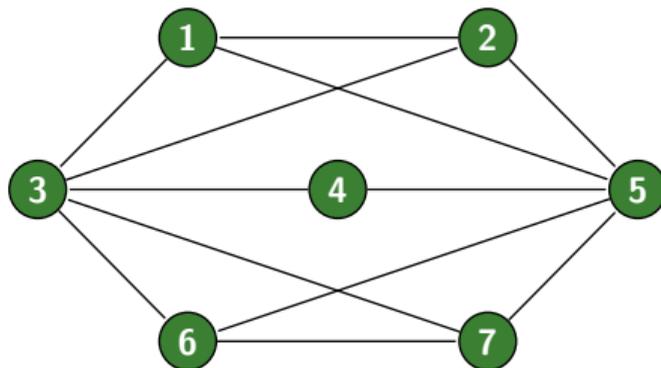
# Ausbreitungsprozess

- **SIS-Modell** (Susceptible-Infected-Susceptible)

Zu jedem Zeitpunkt  $t$  kann sich Knoten  $i$  in einem von **zwei Zuständen**  $X_i(t) \in \{0, 1\}$  befinden:

- ▶  $X_i(t) = 1$ : Knoten  $i$  ist **infiziert = angreifbar** durch eine Cyberattacke,
- ▶  $X_i(t) = 0$ : Knoten  $i$  ist **nicht infiziert** (susceptible)

- **Beispiel:**



# Ausbreitungsprozess

- **SIS-Modell** (Susceptible-Infected-Susceptible)

Zu jedem Zeitpunkt  $t$  kann sich Knoten  $i$  in einem von **zwei Zuständen**  $X_i(t) \in \{0, 1\}$  befinden:

- ▶  $X_i(t) = 1$ : Knoten  $i$  ist **infiziert = angreifbar** durch eine Cyberattacke,
- ▶  $X_i(t) = 0$ : Knoten  $i$  ist **nicht infiziert** (susceptible)

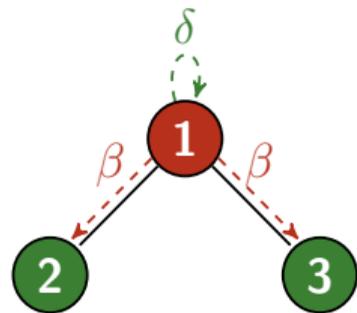
- **Beispiel:**

## Ausbreitungsprozess (2)

- Die Zustandsänderungen der Knoten erfolgen zu zufälligen Zeitpunkten, wobei die Übergangsraten von den Zuständen der anderen Netzwerkknoten abhängen können

Wichtige Parameter:

- ▶  $\beta > 0$  (Infektionsrate),
  - ▶  $\delta > 0$  (Heilungsrate)
- Knoten werden durch infizierte Nachbarn angesteckt; Infizierte Knoten werden unabhängig von Dritten geheilt:
  - ▶  $X_i : 0 \rightarrow 1$ ;  $\beta \sum_{j=1}^N a_{ij} X_j(t)$  (Infektion),
  - ▶  $X_i : 1 \rightarrow 0$ ;  $\delta$  (Heilung)



## Ausbreitungsprozess (3)

### Definition

Der **Ausbreitungsprozess**  $X$  ist ein Feller-Prozess auf dem Zustandsraum  $E = \{0, 1\}^N$  definiert durch den Generator  $G : C(E) \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$Gf(x) = \sum_{i=1}^N \left( \beta(1 - x_i) \sum_{j=1}^N a_{ij}x_j + x_i\delta \right) (f(x^i) - f(x)),$$

$x \in E$ ,  $f \in C(E)$ , wobei  $x_j^i = x_j$  für  $i \neq j$  und  $x_i^i = 1 - x_i$ .

# Agenda

1 Ausbreitungsprozess

**2 Schadensprozess**

3 Mean-Field-Approximation

4 Fallstudien

5 Zusammenfassung

# Schadensprozess

## ● Mechanismus

- ▶ Der Ausbreitungsprozess  $X$  allein verursacht noch keinen Schaden
- ▶ Zufällig auftretende Cyberattacken greifen das Gesamtsystem an
- ▶ Ein Knoten wird von einer Cyberattacke zum Zeitpunkt  $t$  getroffen genau dann, wenn er zum Zeitpunkt  $t$  infiziert ist

## ● Mathematisches Modell

- ▶ **Attackenzahl:** Zählprozess  $M = (M(t))_{t \geq 0}$ 
  - ★ ... mit stochastischer Intensität  $(\lambda(t))_{t \geq 0}$
  - ★ ... unabhängig von  $X$
- ▶ **Schadenhöhen:** nicht-negativer Prozess  $L = (L(t))_{t \geq 0}$ 
  - ★ ... unabhängig von  $X$
  - ★ ... mit  $L(t) = (L_1(t), \dots, L_N(t))^T$
  - ★ Verluste durch eine Attacke zum Zeitpunkt  $t$  werden dargestellt durch:

$$L(t) \circ X(t) = (L_1(t)X_1(t), \dots, L_N(t)X_N(t))^T$$

## Erwartete Gesamtschäden

- Zu jedem Zeitpunkt  $t$  wird der **Versicherungsvertrag** durch eine Funktion  $f(\cdot; \cdot) : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+^N \rightarrow \mathbb{R}_+$  charakterisiert:
- Das Versicherungsunternehmen übernimmt  $f(t; L(t) \circ X(t))$  bei einer Attacke zum Zeitpunkt  $t$

→ Die **erwarteten Gesamtschäden des Versicherungsunternehmens** im Zeitfenster  $[0, T]$  sind gegeben durch:

$$\mathbb{E} \left[ \int_0^T f(t; L(t) \circ X(t)) dM(t) \right] = \mathbb{E} \left[ \int_0^T f(t; L(t) \circ X(t)) \lambda(t) dt \right] \quad (1)$$

- **Frage:** Wie lässt sich dies explizit berechnen?

## Erwartete Gesamtschäden

- Zu jedem Zeitpunkt  $t$  wird der **Versicherungsvertrag** durch eine Funktion  $f(\cdot; \cdot) : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+^N \rightarrow \mathbb{R}_+$  charakterisiert:
- Das Versicherungsunternehmen übernimmt  $f(t; L(t) \circ X(t))$  bei einer Attacke zum Zeitpunkt  $t$

→ Die **erwarteten Gesamtschäden des Versicherungsunternehmens** im Zeitfenster  $[0, T]$  sind gegeben durch:

$$\mathbb{E} \left[ \int_0^T f(t; L(t) \circ X(t)) dM(t) \right] = \mathbb{E} \left[ \int_0^T f(t; L(t) \circ X(t)) \lambda(t) dt \right] \quad (1)$$

- **Frage:** Wie lässt sich dies explizit berechnen?

## Beispiel: Proportionale Versicherung

Sei  $f$  ein proportionaler Versicherungsvertrag, d.h.

$$f(t; L(t) \circ X(t)) = \sum_{i=1}^N \alpha_i L_i(t) X_i(t)$$

In diesem Fall wird Gleichung (1) zu

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left[ \int_0^T f(t; L(t) \circ X(t)) dM(t) \right] &= \mathbb{E} \left[ \int_0^T f(t; L(t) \circ X(t)) \lambda(t) dt \right] \\ &= \int_0^T \sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot \mathbb{E}[X_i(t)] \cdot \mathbb{E}[L_i(t) \lambda(t)] dt \end{aligned}$$

→ Für **lineare Vertragsfunktionen** werden nur die **ersten Momente**  $\mathbb{E}[X_i(t)]$  des Ausbreitungsprozesses benötigt, um die erwarteten Gesamtschäden zu berechnen

## Beispiel: Proportionale Versicherung

Sei  $f$  ein **proportionaler Versicherungsvertrag**, d.h.

$$f(t; L(t) \circ X(t)) = \sum_{i=1}^N \alpha_i L_i(t) X_i(t)$$

In diesem Fall wird Gleichung (1) zu

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left[ \int_0^T f(t; L(t) \circ X(t)) dM(t) \right] &= \mathbb{E} \left[ \int_0^T f(t; L(t) \circ X(t)) \lambda(t) dt \right] \\ &= \int_0^T \sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot \mathbb{E}[X_i(t)] \cdot \mathbb{E}[L_i(t) \lambda(t)] dt \end{aligned}$$

→ Für **lineare Vertragsfunktionen** werden nur die **ersten Momente**  $\mathbb{E}[X_i(t)]$  des Ausbreitungsprozesses benötigt, um die erwarteten Gesamtschäden zu berechnen

# Nicht-lineare Vertragsfunktionen

- **Grundidee:**

- ▶ Nach dem Theorem von **Stone-Weierstraß** kann jede stetige Funktion  $f$  auf jeder kompakten Menge gleichmäßig **durch Polynome approximiert werden**
- ▶ Die kompakte Menge wird so gewählt, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Verluste außerhalb liegen, ausreichend gering ist

- **Annahme:** Die Vertragsfunktion  $f : \mathbb{R}_+^N \rightarrow \mathbb{R}_+$  ist zerlegbar, d.h.

mit:

$$f(x_1, \dots, x_N) = g(\Lambda(x_1, \dots, x_N)),$$

- ▶  $\Lambda : \mathbb{R}_+^N \rightarrow \mathbb{R}_+$  lineare, monoton wachsende Aggregationsfunktion
- ▶  $g : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$  stetig und monoton wachsend

- **Beispiel:** Cat-XL mit Priorität  $a \geq 0$  und Limit  $b - a > 0$ :

$$f^{\text{Cat-XL}}(x_1, \dots, x_N) = g^{\text{Cat-XL}}(\Lambda^\Sigma(x_1, \dots, x_N)),$$

mit  $\Lambda^\Sigma(x_1, \dots, x_N) = \sum_{i=1}^N x_i$  und  $g^{\text{Cat-XL}}(y) = (y - a)^+ - (y - b)^+$

## Nicht-lineare Vertragsfunktionen

- **Grundidee:**

- ▶ Nach dem Theorem von **Stone-Weierstraß** kann jede stetige Funktion  $f$  auf jeder kompakten Menge gleichmäßig **durch Polynome approximiert werden**
- ▶ Die kompakte Menge wird so gewählt, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Verluste außerhalb liegen, ausreichend gering ist

- **Annahme:** Die Vertragsfunktion  $f : \mathbb{R}_+^N \rightarrow \mathbb{R}_+$  ist *zerlegbar*, d.h.

$$f(x_1, \dots, x_n) = g(\Lambda(x_1, \dots, x_N)),$$

mit:

- ▶  $\Lambda : \mathbb{R}_+^N \rightarrow \mathbb{R}_+$  lineare, monoton wachsende Aggregationsfunktion
- ▶  $g : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$  stetig und monoton wachsend

- **Beispiel:** Cat-XL mit Priorität  $a \geq 0$  und Limit  $b - a > 0$ :

$$f^{\text{Cat-XL}}(x_1, \dots, x_N) = g^{\text{Cat-XL}}(\Lambda^\Sigma(x_1, \dots, x_N)),$$

mit  $\Lambda^\Sigma(x_1, \dots, x_N) = \sum_{i=1}^N x_i$  und  $g^{\text{Cat-XL}}(y) = (y - a)^+ - (y - b)^+$

## Nicht-lineare Vertragsfunktionen (2)

### Polynomapproximationsverfahren:

- 1 Wähle Fehlerschranke  $\varepsilon > 0$  und Polynomgrad  $d \in \mathbb{N}$
- 2 Bestimme Konstante  $u \in \mathbb{R}_+$ , sodass  $P(\Lambda(L) > u) \leq \varepsilon$
- 3 Approximiere  $g$  auf dem kompakten Intervall  $[0, u]$  durch Polynom  $p_d(x) = \sum_{\ell=0}^d a_\ell x^\ell$  ( $a_\ell \geq 0$ )

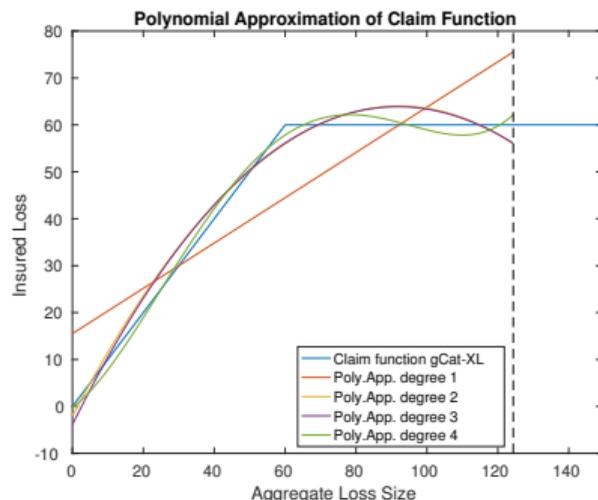
→ Polynomapproximation:

$$\bar{f}_d(L \circ X) := p_d(\Lambda(L \circ X)) \cdot \mathbb{1}_{[0, u]}(\Lambda(L))$$

### Beispiel:

Cat-XL mit Priorität  $a = 0$  und Limit  $b - a = 60$ :

$(L_1, \dots, L_N \sim \text{Exp}(1/2))$



## Nicht-lineare Vertragsfunktionen (3)

- **Berechnung erwarteter Gesamtschäden:**

Mit  $\Lambda(x_1, \dots, x_N) = \sum_{i=1}^N b_i x_i$  ( $b_i \geq 0$ ) führt dieser Ansatz auf Ausdrücke der Form:

$$\int_0^T \mathbb{E} \left( \mathbb{1}_{[0, u]}(\Lambda(L)) \cdot \lambda(t) \cdot \left[ a_0 + a_1 \sum_{i_1=1}^N b_{i_1} L_{i_1} \mathbb{E}[X_{i_1}] + a_2 \sum_{i_1=1}^N \sum_{i_2=1}^N b_{i_1} b_{i_2} L_{i_1} L_{i_2} \mathbb{E}[X_{i_1} X_{i_2}] \right. \right. \\ \left. \left. + \dots + a_d \sum_{i_1=1}^N \sum_{i_2=1}^N \dots \sum_{i_d=1}^N b_{i_1} b_{i_2} \dots b_{i_d} \cdot L_{i_1} L_{i_2} \dots L_{i_d} \cdot \mathbb{E}[X_{i_1} X_{i_2} \dots X_{i_d}] \right] \right) dt$$

→ Nur Momente bis zur Ordnung  $d$  des Ausbreitungsprozesses (d.h.  $\mathbb{E}[X_{i_1}(t) \dots X_{i_k}(t)]$  für  $i_j \in \{1, \dots, N\}$  und  $k \leq d$ ) werden zur Berechnung der erwarteten Gesamtschäden benötigt

# Allgemeine Vertragsfunktionen

Sowohl für lineare als auch für nicht-lineare Vertragsfunktionen gilt:

- **Kern der Berechnung erwarteter Gesamtschäden:**

- ▶ Berechnung der Momente von  $X$
- ▶ Nach den Kolmogorov'schen Gleichungen sind diese gegeben durch Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen (ODEs)

- **Herausforderung:**

- ▶ Direkte Berechnung der Momente **praktisch kaum möglich** für realistische Netzwerkgrößen, da die ODE-Systeme sehr groß werden

- **Vorschlag:**

Mean-Field-Approximation der Momente des Ausbreitungsprozesses

# Agenda

- 1 Ausbreitungsprozess
- 2 Schadensprozess
- 3 Mean-Field-Approximation**
- 4 Fallstudien
- 5 Zusammenfassung

## Mean-Field-Approximation erster Ordnung

- ODEs für die Dynamiken der ersten Momente  $\mathbb{E}[X_i(t)]$  (Infektionswahrscheinlichkeiten):

$$\frac{d\mathbb{E}[X_i(t)]}{dt} = -\delta\mathbb{E}[X_i(t)] + \beta \sum_{j=1}^N a_{ij}\mathbb{E}[X_j(t)] - \beta \sum_{j=1}^N a_{ij}\mathbb{E}[X_i(t)X_j(t)], \quad i = 1, 2, \dots, N$$

- **Problem:**

Da auch Momente zweiter Ordnung auftreten, ist dieses ODE-System nicht abgeschlossen

- **Ansatz:**

Inkorrektes Faktorisieren der zweiten Momente

$$\mathbb{E}[X_i(t)X_j(t)] \approx F(\mathbb{E}[X_i(t)]) \cdot F(\mathbb{E}[X_j(t)])$$

mithilfe einer geeignet gewählten Funktion  $F : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , z.B.  $F(x) = x$

## Mean-Field-Approximation erster Ordnung

- ODEs für die Dynamiken der ersten Momente  $\mathbb{E}[X_i(t)]$  (Infektionswahrscheinlichkeiten):

$$\frac{d\mathbb{E}[X_i(t)]}{dt} = -\delta\mathbb{E}[X_i(t)] + \beta \sum_{j=1}^N a_{ij}\mathbb{E}[X_j(t)] - \beta \sum_{j=1}^N a_{ij}\mathbb{E}[X_i(t)X_j(t)], \quad i = 1, 2, \dots, N$$

- **Problem:**

Da auch **Momente zweiter Ordnung** auftreten, ist dieses ODE-System nicht abgeschlossen

- **Ansatz:**

Inkorrektes Faktorisieren der zweiten Momente

$$\mathbb{E}[X_i(t)X_j(t)] \approx F(\mathbb{E}[X_i(t)]) \cdot F(\mathbb{E}[X_j(t)])$$

mithilfe einer geeignet gewählten Funktion  $F : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , z.B.  $F(x) = x$

## Mean-Field-Approximation erster Ordnung (2)

### Definition

Die **Mean-Field-Approximation erster Ordnung**  $z_i^{(1)}$  zur Mean-Field-Funktion  $F$  ist die Lösung des folgenden Systems gewöhnlicher Differentialgleichungen:

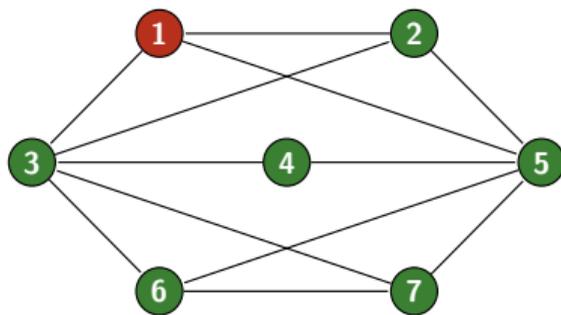
$$\frac{dz_i^{(1)}(t)}{dt} = -\delta z_i^{(1)}(t) + \beta \sum_{j=1}^N a_{ij} z_j^{(1)}(t) - \beta \sum_{j=1}^N a_{ij} F(z_j^{(1)}(t)) \cdot F(z_i^{(1)}(t)),$$

für  $i = 1, \dots, N$

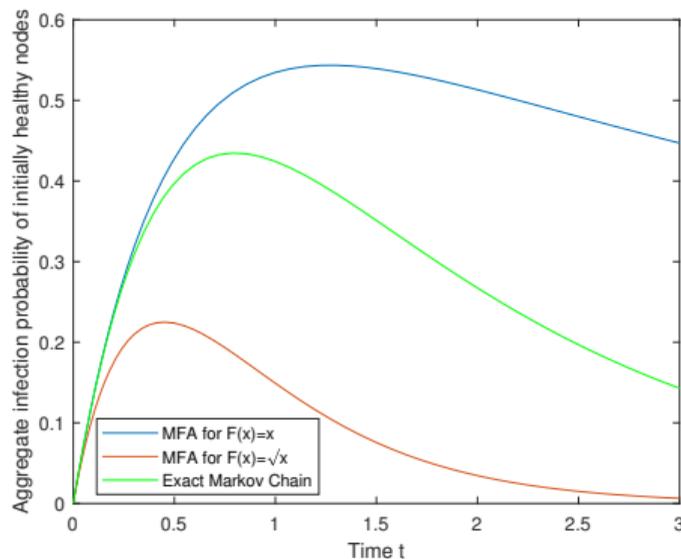
- Bei Wahl von  $F(x) = x$  erhalten wir eine obere Schranke, bei Wahl von  $F(x) = \sqrt{x}$  eine untere Schranke der exakten Momente
- Der Approximationsfehler als Funktion der Zeit fällt für bestimmte Parameter exponentiell schnell ab

## Mean-Field-Approximation erster Ordnung (3)

- Die Genauigkeit der Mean-Field-Approximation erster Ordnung kann je nach Parameterwahl sehr gering ausfallen
- Beispiel:** Mean-Field-Approximation erster Ordnung der aggregierten Infektionswahrscheinlichkeit  $\sum_{i \in \mathcal{H}} z_i^{(1)}(t)$  zu Beginn nicht-infizierter Knoten  $\mathcal{H} = \{2, \dots, 7\}$  für  $\beta = 0.5$ ,  $\delta = 1.817$ ,  $F(x) = x$  und  $F(x) = \sqrt{x}$ .



Anfangszustand der Infektion



## Mean-Field-Approximation $n$ -ter Ordnung

- Um die Genauigkeit unserer Approximation zu verbessern, erweitern wir unsere Idee auf Mean-Field-Approximationen  $n$ -ter Ordnung:  $(z_I^{(n)})_{I \subseteq \{1,2,\dots,N\}, |I| \leq n}$
- Vorgehen:
  - ▶ Sei  $I \subseteq \{1, 2, \dots, N\}$  eine Indexmenge und es bezeichne  $X_I := \prod_{i \in I} X_i$   
Da die Komponenten von  $X$  kommutativ und idempotent sind, können wir Reihenfolge und Potenzen der Komponenten in mehrdimensionalen Produkten vernachlässigen
  - ▶ **Kolmogorov'sche Gleichungen:** Dynamiken der Momente  $(\mathbb{E}[X_I])_{I \subseteq \{1,2,\dots,N\}}$  werden durch ein gekoppeltes ODE-System beschrieben
  - ▶ **Problem:** System von  $\sum_{i=1}^N \binom{N}{i} = 2^N - 1$  Gleichungen
  - ▶ **Approximation:**  
Betrachte nur  $(\mathbb{E}[X_I])_{I \subseteq \{1,2,\dots,N\}, |I| \leq n}$ 
    - 1  $|I| < n$ : ODE für  $\frac{d}{dt} z_I^{(n)}$  ist exakte ODE für  $\frac{d}{dt} \mathbb{E}[X_I]$
    - 2  $|I| = n$ : ODE für  $\frac{d}{dt} z_I^{(n)}$  ist Approximation durch (inkorrektes) Faktorisieren der Momente der Ordnung  $n + 1$

## Mean-Field-Approximation $n$ -ter Ordnung

- Um die Genauigkeit unserer Approximation zu verbessern, erweitern wir unsere Idee auf Mean-Field-Approximationen  $n$ -ter Ordnung:  $(z_I^{(n)})_{I \subseteq \{1,2,\dots,N\}, |I| \leq n}$
- **Vorgehen:**
  - ▶ Sei  $I \subseteq \{1, 2, \dots, N\}$  eine Indexmenge und es bezeichne  $X_I := \prod_{i \in I} X_i$   
Da die Komponenten von  $X$  kommutativ und idempotent sind, können wir Reihenfolge und Potenzen der Komponenten in mehrdimensionalen Produkten vernachlässigen
  - ▶ **Kolmogorov'sche Gleichungen:** Dynamiken der Momente  $(\mathbb{E}[X_I])_{I \subseteq \{1,2,\dots,N\}}$  werden durch ein gekoppeltes ODE-System beschrieben
  - ▶ **Problem:** System von  $\sum_{i=1}^N \binom{N}{i} = 2^N - 1$  Gleichungen
  - ▶ **Approximation:**  
Betrachte nur  $(\mathbb{E}[X_I])_{I \subseteq \{1,2,\dots,N\}, |I| \leq n}$ 
    - 1  $|I| < n$ : ODE für  $\frac{d}{dt} z_I^{(n)}$  ist exakte ODE für  $\frac{d}{dt} \mathbb{E}[X_I]$
    - 2  $|I| = n$ : ODE für  $\frac{d}{dt} z_I^{(n)}$  ist Approximation durch (inkorrektes) Faktorisieren der Momente der Ordnung  $n + 1$

## Mean-Field-Approximation $n$ -ter Ordnung

- Um die Genauigkeit unserer Approximation zu verbessern, erweitern wir unsere Idee auf Mean-Field-Approximationen  $n$ -ter Ordnung:  $(z_I^{(n)})_{I \subseteq \{1,2,\dots,N\}, |I| \leq n}$
- **Vorgehen:**
  - ▶ Sei  $I \subseteq \{1, 2, \dots, N\}$  eine Indexmenge und es bezeichne  $X_I := \prod_{i \in I} X_i$   
Da die Komponenten von  $X$  kommutativ und idempotent sind, können wir Reihenfolge und Potenzen der Komponenten in mehrdimensionalen Produkten vernachlässigen
  - ▶ **Kolmogorov'sche Gleichungen:** Dynamiken der Momente  $(\mathbb{E}[X_I])_{I \subseteq \{1,2,\dots,N\}}$  werden durch ein gekoppeltes ODE-System beschrieben
  - ▶ **Problem:** System von  $\sum_{i=1}^N \binom{N}{i} = 2^N - 1$  Gleichungen
  - ▶ **Approximation:**  
Betrachte nur  $(\mathbb{E}[X_I])_{I \subseteq \{1,2,\dots,N\}, |I| \leq n}$ 
    - ①  $|I| < n$ : ODE für  $\frac{d}{dt} z_I^{(n)}$  ist exakte ODE für  $\frac{d}{dt} \mathbb{E}[X_I]$
    - ②  $|I| = n$ : ODE für  $\frac{d}{dt} z_I^{(n)}$  ist Approximation durch (inkorrektes) Faktorisieren der Momente der Ordnung  $n + 1$

## Mean-Field-Approximation $n$ -ter Ordnung (2)

$$|I| = n$$

- Wähle die folgenden zwei Objekte:
  - eine *Mean-Field-Funktion*  $F : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , z.B.  $F(x) = x$ , und
  - ein *Partitionsschema*  $(I_1, I_2)$ , sodass für  $j \notin I$  gilt, dass  $I \cup \{j\} = I_1(I, j) \cup I_2(I, j)$  mit nicht-leeren  $I_1(j) = I_1(I, j), I_2(j) = I_2(I, j)$
- Dies führt auf die Approximation:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbb{E}[X_I] &= -n\delta \mathbb{E}[X_I] + \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbb{E}[X_{I \setminus \{i\} \cup \{j\}}] - \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbb{E}[X_{I \cup \{j\}}] \\ &\approx -n\delta \mathbb{E}[X_I] + \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbb{E}[X_{I \setminus \{i\} \cup \{j\}}] - \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1, j \in I}^N a_{ij} \mathbb{E}[X_I] \\ &\quad - \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1, j \notin I}^N a_{ij} \cdot F(\mathbb{E}[X_{I_1(j)}]) \cdot F(\mathbb{E}[X_{I_2(j)}]) . \end{aligned}$$

## Mean-Field-Approximation $n$ -ter Ordnung (2)

$$|I| = n$$

- Wähle die folgenden zwei Objekte:
  - eine *Mean-Field-Funktion*  $F : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ , z.B.  $F(x) = x$ , und
  - ein *Partitionsschema*  $(I_1, I_2)$ , sodass für  $j \notin I$  gilt, dass  $I \cup \{j\} = I_1(I, j) \cup I_2(I, j)$  mit nicht-leeren  $I_1(j) = I_1(I, j), I_2(j) = I_2(I, j)$
- Dies führt auf die Approximation:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbb{E}[X_I] &= -n\delta \mathbb{E}[X_I] + \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbb{E}[X_{I \setminus \{i\} \cup \{j\}}] - \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbb{E}[X_{I \cup \{j\}}] \\ &\approx -n\delta \mathbb{E}[X_I] + \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbb{E}[X_{I \setminus \{i\} \cup \{j\}}] - \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1, j \in I}^N a_{ij} \mathbb{E}[X_I] \\ &\quad - \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1, j \notin I}^N a_{ij} \cdot F(\mathbb{E}[X_{I_1(j)}]) \cdot F(\mathbb{E}[X_{I_2(j)}]). \end{aligned}$$

## Mean-Field-Approximation $n$ -ter Ordnung (3)

$$|I| < n$$

- Im approximativen ODE-System ist die ODE für  $\frac{d}{dt}z_l^{(n)}$  die **exakte Beschreibung** von  $\frac{d}{dt}\mathbb{E}[X_l]$ :

$$\frac{d}{dt}\mathbb{E}[X_l] = -n\delta\mathbb{E}[X_l] + \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbb{E}[X_{l \setminus \{i\} \cup \{j\}}] - \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbb{E}[X_{l \cup \{j\}}]$$

### Definition

Die **Mean-Field-Approximation  $n$ -ter Ordnung** (zu Mean-Field-Funktion  $F$  und Partitionsschema  $(I_1, I_2)$ ) ist die Lösung des Systems:

$$|I| = n : \quad \dot{z}_l^{(n)} = - \left( n\delta + \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1, j \in I}^N a_{ij} \right) z_l^{(n)} + \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^N a_{ij} z_{l \setminus \{i\} \cup \{j\}}^{(n)} - \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1, j \notin I}^N a_{ij} F(z_{I_1(j)}^{(n)}) \cdot F(z_{I_2(j)}^{(n)})$$

$$|I| < n : \quad \dot{z}_l^{(n)} = -n\delta z_l^{(n)} + \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^N a_{ij} z_{l \setminus \{i\} \cup \{j\}}^{(n)} - \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^N a_{ij} z_{l \cup \{j\}}^{(n)}$$

## Mean-Field-Approximation $n$ -ter Ordnung (3)

$$|I| < n$$

- Im approximativen ODE-System ist die ODE für  $\frac{d}{dt}z_I^{(n)}$  die **exakte Beschreibung** von  $\frac{d}{dt}\mathbb{E}[X_I]$ :

$$\frac{d}{dt}\mathbb{E}[X_I] = -n\delta\mathbb{E}[X_I] + \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbb{E}[X_{I \setminus \{i\} \cup \{j\}}] - \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^N a_{ij} \mathbb{E}[X_{I \cup \{j\}}]$$

### Definition

Die **Mean-Field-Approximation  $n$ -ter Ordnung** (zu Mean-Field-Funktion  $F$  und Partitionsschema  $(I_1, I_2)$ ) ist die Lösung des Systems:

$$|I| = n: \quad \dot{z}_I^{(n)} = - \left( n\delta + \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1, j \in I}^N a_{ij} \right) z_I^{(n)} + \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^N a_{ij} z_{I \setminus \{i\} \cup \{j\}}^{(n)} \\ - \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1, j \notin I}^N a_{ij} F(z_{I_1(j)}^{(n)}) \cdot F(z_{I_2(j)}^{(n)})$$

$$|I| < n: \quad \dot{z}_I^{(n)} = -n\delta z_I^{(n)} + \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^N a_{ij} z_{I \setminus \{i\} \cup \{j\}}^{(n)} - \beta \sum_{i \in I} \sum_{j=1}^N a_{ij} z_{I \cup \{j\}}^{(n)}$$

## Mean-Field-Approximation $n$ -ter Ordnung (4)

### Wahl von Mean-Field-Funktion...

- $F(x) = x$ :

$$\mathbb{E}[X_{I \cup \{j\}}] = \mathbb{E}[X_{I_1(j)}] \cdot \mathbb{E}[X_{I_2(j)}] + \text{Cov}(X_{I_1(j)}, X_{I_2(j)}) \approx \mathbb{E}[X_{I_1(j)}] \cdot \mathbb{E}[X_{I_2(j)}]$$

→ Approximation ist gut, falls  $\text{Cov}(X_{I_1(j)}, X_{I_2(j)}) \approx 0$  (**unabhängig**)

- $F(x) = \sqrt{x}$ :

$$\mathbb{E}[X_{I \cup \{j\}}] = \sqrt{\mathbb{E}[X_{I_1(j)}]} \cdot \sqrt{\mathbb{E}[X_{I_2(j)}]} \cdot \cos \phi \approx \sqrt{\mathbb{E}[X_{I_1(j)}]} \cdot \sqrt{\mathbb{E}[X_{I_2(j)}]},$$

wobei der Winkel  $\phi$  durch das Standardskalarprodukt in  $L^2$  ( $\langle R, S \rangle := \mathbb{E}[R \cdot S]$  mit induzierter Norm  $\|R\| := \sqrt{\langle R, R \rangle}$ ) durch  $\langle R, S \rangle = \|R\| \cdot \|S\| \cdot \cos \phi$  definiert ist.

→ Approximation ist gut, falls  $\phi \approx 0^\circ$  (**abhängig**)

### ... und Partitionsschema:

- Wähle für  $I \cup \{j\}$  diejenige Partition, die ein gewähltes Distanzmaß
  - ▶ **maximiert**
  - ▶ **minimiert**

## Mean-Field-Approximation $n$ -ter Ordnung (4)

### Wahl von Mean-Field-Funktion...

- $F(x) = x$ :

$$\mathbb{E}[X_{I \cup \{j\}}] = \mathbb{E}[X_{I_1(j)}] \cdot \mathbb{E}[X_{I_2(j)}] + \text{Cov}(X_{I_1(j)}, X_{I_2(j)}) \approx \mathbb{E}[X_{I_1(j)}] \cdot \mathbb{E}[X_{I_2(j)}]$$

→ Approximation ist gut, falls  $\text{Cov}(X_{I_1(j)}, X_{I_2(j)}) \approx 0$  (**unabhängig**)

- $F(x) = \sqrt{x}$ :

$$\mathbb{E}[X_{I \cup \{j\}}] = \sqrt{\mathbb{E}[X_{I_1(j)}]} \cdot \sqrt{\mathbb{E}[X_{I_2(j)}]} \cdot \cos \phi \approx \sqrt{\mathbb{E}[X_{I_1(j)}]} \cdot \sqrt{\mathbb{E}[X_{I_2(j)}]},$$

wobei der Winkel  $\phi$  durch das Standardskalarprodukt in  $L^2$  ( $\langle R, S \rangle := \mathbb{E}[R \cdot S]$  mit induzierter Norm  $\|R\| := \sqrt{\langle R, R \rangle}$ ) durch  $\langle R, S \rangle = \|R\| \cdot \|S\| \cdot \cos \phi$  definiert ist.

→ Approximation ist gut, falls  $\phi \approx 0^\circ$  (**abhängig**)

### ... und Partitionsschema:

- Wähle für  $I \cup \{j\}$  diejenige Partition, die ein gewähltes Distanzmaß
  - ▶ **maximiert**
  - ▶ **minimiert**

## Mean-Field-Approximation $n$ -ter Ordnung (4)

### Wahl von Mean-Field-Funktion...

- $F(x) = x$ :

$$\mathbb{E}[X_{I \cup \{j\}}] = \mathbb{E}[X_{I_1(j)}] \cdot \mathbb{E}[X_{I_2(j)}] + \text{Cov}(X_{I_1(j)}, X_{I_2(j)}) \approx \mathbb{E}[X_{I_1(j)}] \cdot \mathbb{E}[X_{I_2(j)}]$$

→ Approximation ist gut, falls  $\text{Cov}(X_{I_1(j)}, X_{I_2(j)}) \approx 0$  (**unabhängig**)

- $F(x) = \sqrt{x}$ :

$$\mathbb{E}[X_{I \cup \{j\}}] = \sqrt{\mathbb{E}[X_{I_1(j)}]} \cdot \sqrt{\mathbb{E}[X_{I_2(j)}]} \cdot \cos \phi \approx \sqrt{\mathbb{E}[X_{I_1(j)}]} \cdot \sqrt{\mathbb{E}[X_{I_2(j)}]},$$

wobei der Winkel  $\phi$  durch das Standardskalarprodukt in  $L^2$  ( $\langle R, S \rangle := \mathbb{E}[R \cdot S]$  mit induzierter Norm  $\|R\| := \sqrt{\langle R, R \rangle}$ ) durch  $\langle R, S \rangle = \|R\| \cdot \|S\| \cdot \cos \phi$  definiert ist.

→ Approximation ist gut, falls  $\phi \approx 0^\circ$  (**abhängig**)

### ... und Partitionsschema:

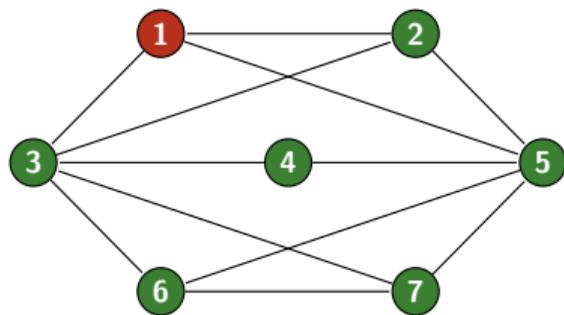
- Wähle für  $I \cup \{j\}$  diejenige Partition, die ein gewähltes **Distanzmaß**
  - ▶ **maximiert**
  - ▶ **minimiert**

## Mean-Field-Approximation $n$ -ter Ordnung (5)

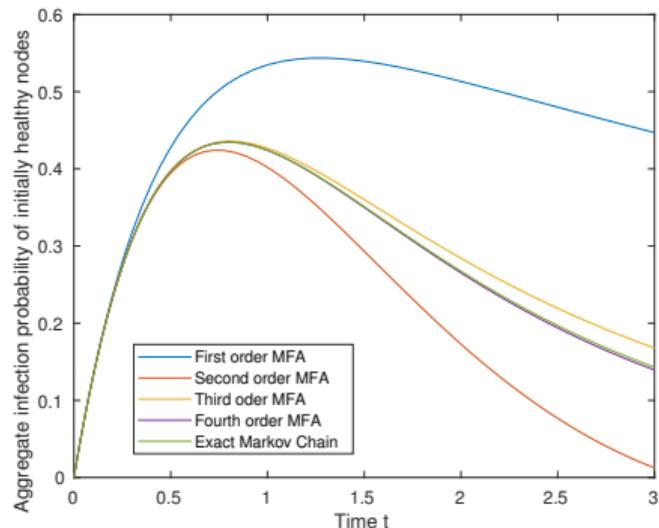
Die Mean-Field-Approximation  $n$ -ter Ordnung liefert Approximationen aller Momente von  $X$  bis zur Ordnung  $n$ :

- Berechnung erwarteter Gesamtschäden für nicht-lineare Vertragsfunktionen
- Verbesserte Approximation der Momente erster Ordnung, d.h. der Infektionswahrscheinlichkeiten

**Beispiel:** Mean-Field-Approximation  $n$ -ter Ordnung der aggregierten Infektionswahrscheinlichkeit zu Beginn nicht-infizierter Knoten für  $n = 1, 2, 3, 4$ ,  $F(x) = x$ ,  $\beta = 0.5$  and  $\delta = 1.817$



Anfangszustand der Infektion



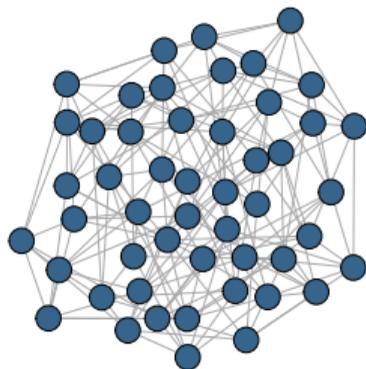
# Agenda

- 1 Ausbreitungsprozess
- 2 Schadensprozess
- 3 Mean-Field-Approximation
- 4 Fallstudien**
- 5 Zusammenfassung

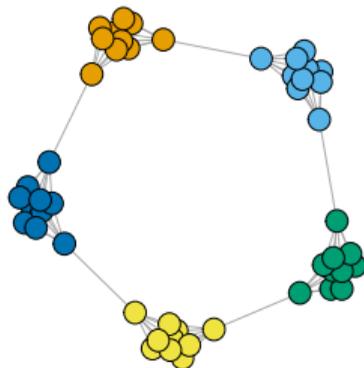
## Netzwerkszenarien

- Wir betrachten drei verschiedene exemplarische Netzwerkszenarien:

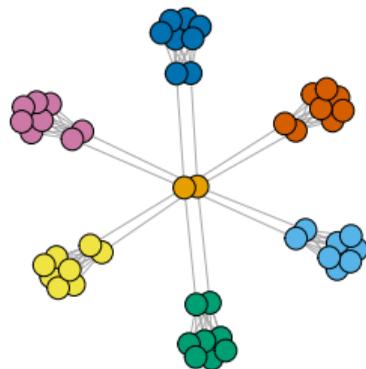
Homogeneous



Clustered



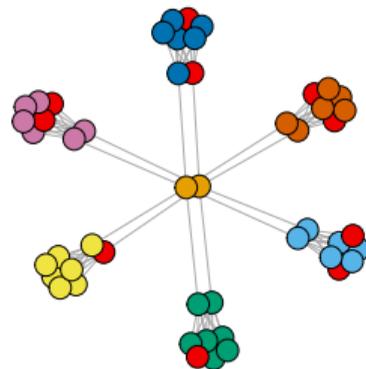
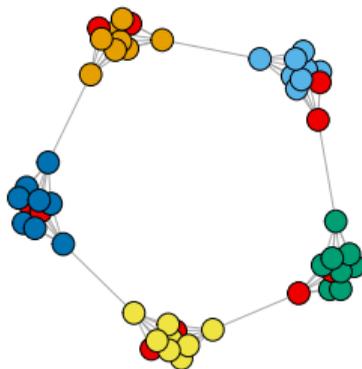
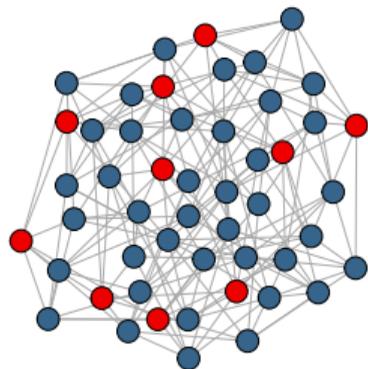
Star-shaped



- Die Knotenzahl sowie der Grad jedes Knotens sind in allen drei Szenarien gleich ( $N = 50$ ,  $D = 7$ )
- Vergleich des **Einflusses der Netzwerktopologie**

## Simulations-Setup

- Zu Beginn sind 20% der Knoten infiziert:



- Für den **Ausbreitungsprozess** wählen wir:  $\beta = 0.5$ ,  $\delta = 3.51$
- **Cyberattacken** werden durch einen homogenen Poisson-Prozess mit Rate  $\lambda = 3$  modelliert
- **Schäden** an anfälligen Knoten sind exponentialverteilt mit Erwartungswert  $\mu = 2$
- Approximation der **erwarteten Gesamtschäden** des Versicherungsunternehmens in  $[0, 3]$  basiert auf
  - ▶ **Mean-Field-Approximationen** der Momente des Ausbreitungsprozesses,
  - ▶ **Monte-Carlo-Simulation** des Schadensprozesses

## Beispiel: Aggregierte Gesamtschäden

Deckung der Gesamtschäden, d.h. die Vertragsfunktion  $f(t, \cdot)$  ist gegeben durch

$$f(t, L(t) \circ X(t)) := \sum_{i=1}^N L_i(t) X_i(t)$$

→ Geschätzte erwartete Gesamtschäden:

<i>Schäden: Vollständige Deckung</i>	Homogeneous	Clustered	Star
MFA 1. Ordnung	96.4671	97.6170	96.5425
MFA 2. Ordnung	51.4911	39.7776	39.4127
MFA 3. Ordnung	77.8349	70.6588	68.0767
<b>MFA 4. Ordnung</b>	<b>68.0676</b>	<b>61.3693</b>	<b>59.9005</b>

## Beispiel: Excess of Loss per Risk – XL

XL mit Schadensbegrenzung bei 2, d.h. die Vertragsfunktion  $f(t, \cdot)$  ist gegeben durch

$$f(t, L(t) \circ X(t)) := \sum_{i=1}^N \min(L_i(t), 2) \cdot X_i(t)$$

→ Geschätzte erwartete Gesamtschäden:

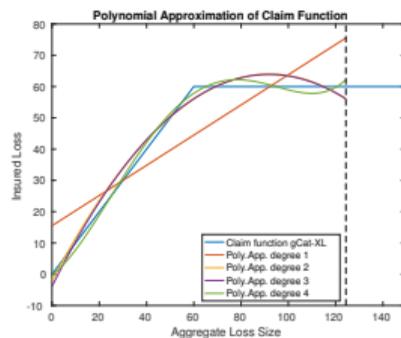
Schäden: XL	Homogeneous	Clustered	Star
MFA 1. Ordnung	60.9795	61.7036	61.0247
MFA 2. Ordnung	32.5475	25.1401	24.9105
MFA 3. Ordnung	49.2010	44.6618	43.0300
<b>MFA 4. Ordnung</b>	<b>43.0265</b>	<b>38.7894</b>	<b>37.8615</b>

## Beispiel: Cat-XL

Cat-XL mit Limit 60, d.h. die Vertragsfunktion  $f(t, \cdot)$  ist gegeben durch

$$f(t, L(t) \circ X(t)) := \min \left( \sum_{i=1}^N L_i(t) X_i(t), 60 \right)$$

→ Geschätzte erwartete Gesamtschäden durch Polynomapproximation:  
(MFA 4. Ordnung)



Schäden: Cat-XL	Homogeneous	Clustered	Star
$d = 1$	169.6693	166.6429	165.9828
$d = 2$	64.5432	56.5714	54.9458
$d = 3$	52.4555	44.0598	42.3615
$d = 4$	59.2664	52.8354	51.0151

# Agenda

- 1 Ausbreitungsprozess
- 2 Schadensprozess
- 3 Mean-Field-Approximation
- 4 Fallstudien
- 5 Zusammenfassung**

## Zusammenfassung

- Modell zum Pricing von Cyber-Versicherungsverträgen
- Cyber-Schäden werden durch zwei zugrundeliegende Prozesse generiert:
  - ▶ Cyber-Infektion  $\leftrightarrow$  Markov-Kette
  - ▶ Cyber-Attacken auf infizierte Knoten  $\leftrightarrow$  markierter Punktprozess
- Die explizite Berechnung erwarteter Gesamtschäden und das darauf aufbauende Pricing von Cyber-Versicherungsverträgen sind aus Dimensionsgründen herausfordernd:
  - ▶ Polynomapproximation nicht-linearer Vertragsfunktionen
  - ▶ Mean-Field-Approximationen  $n$ -ter Ordnung für Momente des Ausbreitungsprozesses
- Numerische Fallstudien:
  - ▶ Signifikanter Einfluss der Netzwerktopologie
  - ▶ Mean-Field-Approximationen höherer Ordnung verbessern die Approximationsgüte

# Aktuelle Forschungsthemen

- Erweiterung der Methoden und Fallstudien auf **heterogene Infektions- und Heilungsraten**
- Alternative **Interaktionsmechanismen**
- Entwicklung **effizienter numerischer Verfahren**
  - ▶ Monte-Carlo-Algorithmen und Varianzreduktion
  - ▶ Kombination von analytischen Approximationen und Simulationen
  - ▶ ...



DAV  
DEUTSCHE  
AKTUARVEREINIGUNG e.V.



DGVFM  
DEUTSCHE GESELLSCHAFT  
FÜR VERSICHERUNGS- UND  
FINANZMATHEMATIK e.V.

## Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

### Referenz:

M. Fahrenwaldt, S. Weber, & K. Weske (2018): Pricing of Cyber Insurance Contracts in a Network Model, ASTIN Bulletin, 48(3), pp. 1175–1218

### Kontakt:

Kerstin Weske

Adresse: Welfengarten 1  
30167 Hannover, Germany  
Telefon: +49 (0)511/762-4249  
E-Mail: [weske@stochastik.uni-hannover.de](mailto:weske@stochastik.uni-hannover.de)  
Website: [www.stochastik.uni-hannover.de](http://www.stochastik.uni-hannover.de)